CORRIGÉ OFFICIEL - DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

Sujet 0 – Épreuve de mathématiques – Série générale

Durée : 2 heures
Barème : Partie 1 : 6 points | Partie 2 : 14 points (dont 2 points pour la rédaction)

PARTIE 1 – AUTOMATISMES (6 points – 20 minutes)

Aucune justification n'est demandée pour cette partie.

Question 1 : Quel est le tiers de 18 ?

Réponse : 6

Question 2 : Un film dure 240 min. Quelle est sa durée en heures ?

On sait que 1 heure = 60 minutes.

Calcul : $240 \div 60 = 4$

Réponse : 4 heures

Question 3 : Médiane de la série 8 ; 12 ; 6 ; 19 ; 15

On range les notes dans l'ordre croissant : 6 ; 8 ; 12 ; 15 ; 19

Il y a 5 valeurs, la médiane est la 3^{e} valeur.

Réponse : 12

Question 4 : Abscisse du point E sur la droite graduée

Le point E se situe exactement au milieu entre 1 et 2, soit à $1,5 = \frac{3}{2}$.

Réponse : B. $\frac{3}{2}$

Question 5 : Triangle ABC rectangle en B, $\widehat{A} = 35^\circ$. Calculer $\widehat{C}$.

Dans un triangle rectangle en B : $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$

Or $\widehat{B} = 90^\circ$

Donc : $\widehat{C} = 180^\circ - 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

Réponse : $\widehat{C} = 55^\circ$

Question 6 : Cosinus de l'angle $\widehat{ABC}$ dans le triangle ABC rectangle en A

Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est égal au quotient du côté adjacent par l'hypoténuse.

Pour l'angle $\widehat{ABC}$:

- Côté adjacent : [BA]
- Hypoténuse : [BC]

Réponse : $\cos(\widehat{ABC}) = \frac{BA}{BC}$

Question 7 : Déterminer la longueur AD (théorème de Thalès)

Données : Dans le triangle ADE, (DE) // (CB), AC = 4 cm, AB = 2 cm, AE = 7 cm

Les droites (DE) et (CB) sont parallèles, donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AB}$$

On remplace par les valeurs :

$$\frac{AD}{7} = \frac{4}{2} = 2$$

Donc : $AD = 7 \times 2 = 14$ cm

Réponse : AD = 14 cm

Question 8 : Élèves ne participant pas à l'olympiade

25 % des 300 élèves participent à l'olympiade.

Nombre de participants : $\frac{25}{100} \times 300 = 75$ élèves

Nombre de non-participants : $300 - 75 = 225$ élèves

Réponse : 225 élèves

Question 9 : Programme pour dessiner un carré

Pour dessiner un carré avec un logiciel de programmation :

- Il faut répéter 4 fois (car un carré a 4 côtés)
- À chaque répétition, tourner de 90° (car les angles d'un carré sont droits)

Réponses :

- Ligne 3 : répéter **4** fois
- Ligne 5 : tourner de **90** degrés

PARTIE 2 – RAISONNEMENT ET RÉSOLUTION DE PROBLÈMES (14 points – 1h40)

Toutes les réponses doivent être justifiées.

EXERCICE 1 : Développement durable (3 points)

Question 1 : Gaspillage alimentaire à la cantine

Données : Masses d'aliments jetés pendant 7 semaines (en kg) : 62 ; 59 ; 74 ; 68 ; 55 ; 61 ; 71

Objectif : Montrer que la moyenne ne dépasse pas 65 kg.

Calcul de la moyenne :

$$\text{Moyenne} = \frac{62 + 59 + 74 + 68 + 55 + 61 + 71}{7}$$

Somme : $62 + 59 + 74 + 68 + 55 + 61 + 71 = 450$

$$\text{Moyenne} = \frac{450}{7} \approx 64,3 \text{ kg}$$

Conclusion : La moyenne est d'environ 64,3 kg, ce qui est inférieur à 65 kg. Le collège a donc atteint son objectif.

Question 2a : Effectif total d'élèves

D'après le diagramme en bâtons, on additionne les effectifs pour chaque distance :

Distance (km)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Effectif	33	32	42	31	35	27	24	21	13

Table 1: Répartition des élèves par distance parcourue

Calcul : $33 + 32 + 42 + 31 + 35 + 27 + 24 + 21 + 13 = 258$ élèves

Réponse : L'effectif total du collège est de 258 élèves.

Question 2b : Vérification de l'affirmation

Affirmation : « Plus de 30 % des élèves ont parcouru au moins 5 km à vélo. »

« Au moins 5 km » signifie : 5 km, 6 km, 7 km ou 8 km.

Effectif concerné : $27 + 24 + 21 + 13 = 85$ élèves

Pourcentage :

$$\frac{85}{258} \times 100 \approx 32,9\%$$

Conclusion : 32,9 % est supérieur à 30 %. L'affirmation est donc **vraie**.

EXERCICE 2 : Programme de calcul (3 points)

Programme :

1. Choisir un nombre
2. Le multiplier par 2
3. Élever le résultat au carré
4. Retrancher 9

Question 1 : Vérifier que pour 4, le programme affiche 55

Avec le nombre 4 :

- Étape 2 : $4 \times 2 = 8$
- Étape 3 : $8^2 = 64$
- Étape 4 : $64 - 9 = 55$

Conclusion : Le programme affiche bien 55 lorsque le nombre choisi est 4.

Question 2a : Expression en fonction de x

On appelle x le nombre choisi.

- Étape 2 : $2x$
- Étape 3 : $(2x)^2 = 4x^2$
- Étape 4 : $4x^2 - 9$

Réponse : Le résultat du programme en fonction de x est $4x^2 - 9$.

Question 2b : Quelle expression correspond au résultat ?

On développe les expressions proposées :

Expression C : $(2x - 3)(2x + 3)$

Développement avec l'identité remarquable $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$:

$$(2x - 3)(2x + 3) = (2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9$$

C'est exactement le résultat trouvé à la question 2a.

Réponse : C = $(2x-3)(2x+3)$

EXERCICE 3 : Fonctions (3 points)

Fonctions données :

$$f : x \mapsto 4x + 3$$

$$g : x \mapsto 6x$$

Question 1 : Quelle fonction représente une proportionnalité ?

Une situation de proportionnalité correspond à une fonction de la forme $x \mapsto kx$ (fonction linéaire).

- $f(x) = 4x + 3$ n'est pas de cette forme (présence du +3)
- $g(x) = 6x$ est de la forme kx avec $k = 6$

Réponse : La fonction g représente une situation de proportionnalité.

Question 2 : Image de 0 par la fonction g

$$g(0) = 6 \times 0 = 0$$

Réponse : L'image de 0 par g est 0.

Question 3 : Antécédent de 0 par la fonction f

On cherche x tel que $f(x) = 0$.

$$4x + 3 = 0$$

$$4x = -3$$

$$x = -\frac{3}{4}$$

Réponse : L'antécédent de 0 par f est $-\frac{3}{4}$.

Question 4 : Associer droites et fonctions

Justification :

- La fonction $g(x) = 6x$ est une fonction linéaire, sa représentation graphique passe par l'origine (0 ; 0). C'est donc la droite (d_2).
- La fonction $f(x) = 4x + 3$ est une fonction affine avec une ordonnée à l'origine de 3. Elle coupe l'axe des ordonnées au point (0 ; 3). C'est donc la droite (d_1).

Réponse :

- (d_1) représente la fonction f
- (d_2) représente la fonction g

Question 5 : Coordonnées du point d'intersection

Le point d'intersection vérifie $f(x) = g(x)$.

$$4x + 3 = 6x$$

$$3 = 6x - 4x$$

$$3 = 2x$$

$$x = \frac{3}{2} = 1,5$$

Ordonnée : $g(1,5) = 6 \times 1,5 = 9$

Réponse : Les coordonnées du point d'intersection sont $\left(\frac{3}{2}; 9\right)$ ou $(1,5; 9)$.

EXERCICE 4 : Géométrie – Carré et polygone (3 points)

Données : ABCD est un carré de côté 9 cm. Le polygone IJKLMNOP est inscrit dans le carré avec des segments de même longueur codés.

Question 1a : Le polygone IJKLMNOP est-il régulier ?

Un polygone régulier possède :

- Tous ses côtés de même longueur
- Tous ses angles égaux

D'après le codage, tous les côtés du polygone IJKLMNOP ont la même longueur.

Cependant, les angles ne sont pas tous égaux : on observe des angles aigus aux sommets I, J, K, L et des angles obtus aux sommets M, N, O, P.

Conclusion : Le polygone IJKLMNOP a tous ses côtés de même longueur mais ses angles ne sont pas tous égaux. Il n'est donc **pas régulier**.

Question 1b : Justifier que l'aire de IJKLMNOP = 63 cm²

Aire du carré ABCD :

$$\mathcal{A}_{\text{carré}} = 9 \times 9 = 81 \text{ cm}^2$$

Observation : Le polygone IJKLMNOP est obtenu en retirant 4 triangles rectangles isocèles identiques situés aux 4 coins du carré.

D'après les codages et les mesures, chaque triangle rectangle a pour côtés de l'angle droit : 3 cm et 3 cm.

Aire d'un triangle rectangle :

$$\mathcal{A}_{\text{triangle}} = \frac{3 \times 3}{2} = \frac{9}{2} = 4,5 \text{ cm}^2$$

Aire totale des 4 triangles :

$$4 \times 4,5 = 18 \text{ cm}^2$$

Aire du polygone IJKLMNOP :

$$\mathcal{A}_{\text{polygone}} = 81 - 18 = 63 \text{ cm}^2$$

Conclusion : L'aire de la surface IJKLMNOP est bien égale à 63 cm².

Question 2a : Aire du disque de centre S et de diamètre 9 cm

Le diamètre du disque est 9 cm, donc le rayon est :

$$r = \frac{9}{2} = 4,5 \text{ cm}$$

Formule de l'aire d'un disque :

$$\mathcal{A} = \pi r^2$$

Calcul :

$$\mathcal{A}_{\text{disque}} = \pi \times 4,5^2 = \pi \times 20,25 = 20,25\pi \text{ cm}^2$$

Valeur approchée : $20,25 \times 3,14 \approx 63,59$ cm²

Réponse : L'aire du disque est $20,25\pi$ cm², soit environ 63,6 cm².

Question 2b : Comparer les aires (différence < 1 % ?)

Aires :

- Polygone IJKLMNOP : 63 cm²
- Disque : 63,6 cm² (environ)

Différence :

$$\Delta = 63,6 - 63 = 0,6 \text{ cm}^2$$

Pourcentage par rapport à l'aire du disque :

$$\text{Pourcentage} = \frac{0,6}{63,6} \times 100 \approx 0,94\%$$

Conclusion : 0,94 % est inférieur à 1 %. La différence entre l'aire du polygone IJKLMNOP et l'aire du disque représente donc **moins de 1 %** de l'aire du disque.

FIN DU CORRIGÉ

Barème indicatif :

Partie 1 (6 points) : 0,5 à 1 point par question selon difficulté

Partie 2 (14 points) :

- Exercice 1 : 3 points (1 pt question 1, 1 pt question 2a, 1 pt question 2b)
- Exercice 2 : 3 points (1 pt question 1, 1 pt question 2a, 1 pt question 2b)
- Exercice 3 : 3 points (répartis sur les 5 questions)
- Exercice 4 : 3 points (0,5 pt question 1a, 1 pt question 1b, 0,75 pt question 2a, 0,75 pt question 2b)
- Rédaction et présentation : 2 points

Total : 20 points